2. חבורות אבליות - הגדרות

<u>הערה</u> : לאורך כל המאמר נניח חבורה = חבורה אבלית.

<u>הגדרה 2.1</u> : חבורה A היא **חופשית** אמ"מ קיים לה בסיס $A \supset Y$, כלומר קבוצת יוצרים בלתי-תלויה לינארית מעל $\mathbb{Z}$. בפרט, $A = \langle y_i \rangle_{y_i \in Y} \oplus$.

<u>הגדרה 2.2</u> : חבורה A היא **חסרת פיתול** אמ"מ לכל $x \in A$ ו- $0 \neq x$, $n \in \mathbb{N}^+$, $nx \neq 0$.

<u>הגדרה 2.3</u> : נניח A חבורה חופשית, ו- $A \geq B$. נאמר כי B **טהורה** (ב- A) אם A/B חסרת-פיתול.

(בד"כ, ההגדרה היא $\forall n < \omega . nA \bigcap B = nB$, ומתלכדת עם הגדרה 2.3 עבור חבורות חסרות-פיתול :
יהי $nx \in B$ אז קיים $y \in B$ כך ש- $nx = ny$. אם A חסרת פיתול, $n(x-y)=0 \leftarrow x = y \leftarrow x \in B$)

<u>הגדרה 2.4</u> : נניח A חבורה, $0 \neq x \in A$, $0 \neq n \in Z$. נאמר כי x **חליק ב-** n אמ"מ קיים $y \in A$ כך ש- $x = ny$. אם קיים $0 \neq n \in \mathbb{Z}$ כך ש- x חליק ב- n, נאמר כי x **חליק**.

<u>הגדרה 2.5</u> : **סדרה מדויקת** היא רצף של חבורות והומומורפיזמים $\ldots \xrightarrow{\alpha} A \xrightarrow{\beta} B \xrightarrow{\gamma} \ldots$ כך שמתקיים $\operatorname{Im}\alpha = Ker\beta$, $\operatorname{Im}\beta = Ker\gamma$ וכדומה..

<u>הגדרה 2.6</u> : נאמר על סדרה קצרה מדויקת $0 \to A \xrightarrow{i} C \xrightarrow{\pi} B \to 0$, כי היא **מתפצלת** אמ"מ קיים הומומורפיזם $\lambda : B \to C$ כך ש- $\pi \circ \lambda = 1_B$. ההעתקה λ היא **מונומורפיזם מפצל**.
(הערה : נשים לב כי כל בחירה שרירותית של מקורות ביחס ל- π מתארת התאמה $\lambda : B \to C$, כך ש- $\pi \circ \lambda = 1_B$. הקושי נעוץ אך ורק בדרישה כי λ יהיה הומומורפיזם).

<u>הגדרה 2.7</u> : **סדרה עולה ורציפה** של קבוצות (חבורות) $\langle A_\alpha \mid \alpha < \delta \rangle$, היא סדרה של קבוצות (חבורות) כך שלכל $\beta > \alpha$ מתקיים $A_\beta \supseteq A_\alpha$ $(A_\beta \geq A_\alpha)$, ולכל סודר גבולי $\delta > \gamma$, $\bigcup_{\alpha<\gamma} A_\alpha = A_\gamma$.

$A =: \bigcup_{\alpha<\delta} A_\alpha$ ייקרא **גבול הסדרה**.